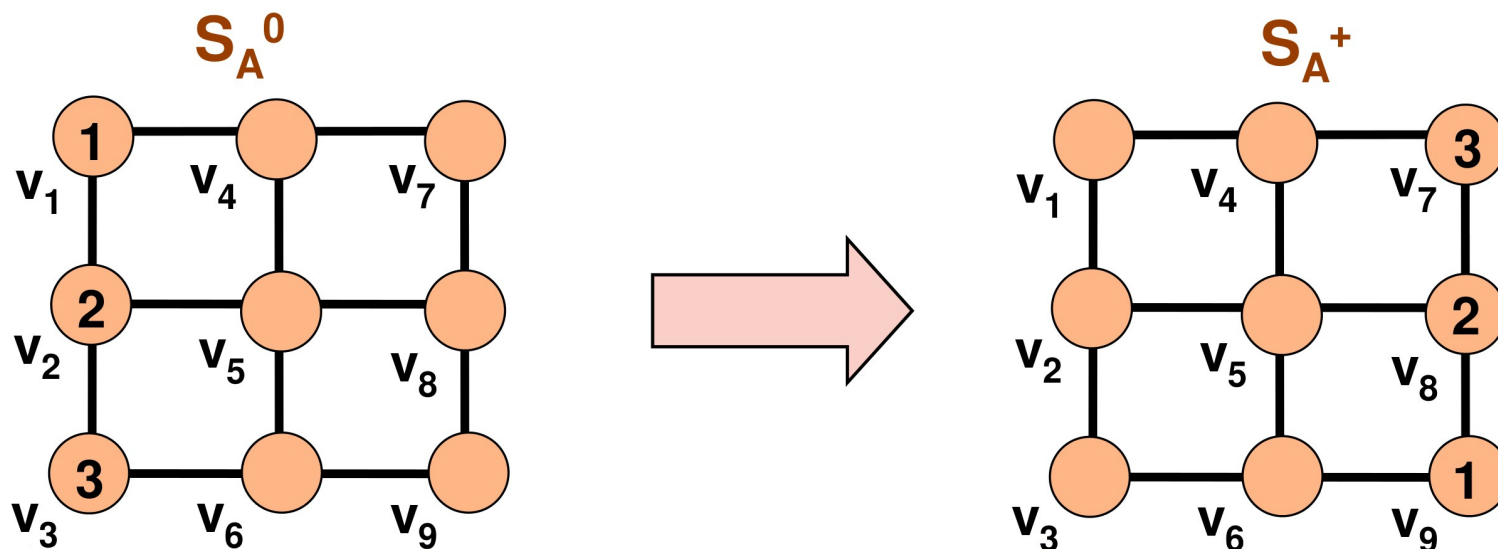


CPF ako SAT

Pokračovanie

Marek Behún

<kabel@blackhole.sk>



Obsah

- Opakovanie, podmienky graficky
- Príklad na ilustračnom grafe
- Kódovanie INVERSE
- Vylepšenie INVERSE
- Vylepšenie(?) 2 na INVERSE
- Multi-commodity network flow
- CPF na Network Flow

Opakovanie - definícia

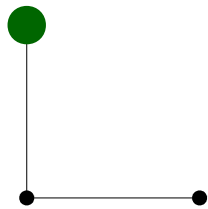
- konečný neorientovaný graf G
- konečná množina agentov A
- počiatočné pozície agentov α_0
- cieľové pozície agentov α_+

Opakovanie - riešenie

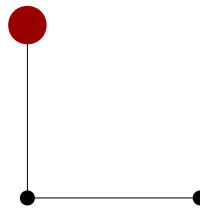
- Riešenie veľkosti m (makespan):
usporiadaná postupnosť $[\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_m]$,
kde $\alpha_m = \alpha_+$ a platia podmienky:
 - agenti sa pohybujú po hranách
 - pohybujúci sa agent vojde do prázdneho miesta
 - žiadne dva agenti nevojdú na rovnaké miesto
- Bounded variant: Existuje riešenie o veľkosti maximálne k ?

Podmienky graficky...

- Agenti sa pohybujú po hranách

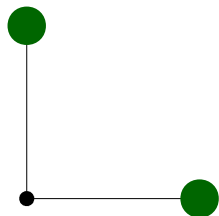


ok

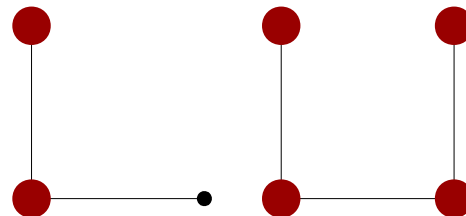


fail

- Agent vojde do (predtým) prázdneho miesta

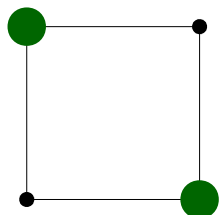


ok

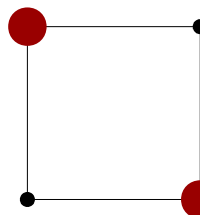


fail

- Žiadne dva agenti nevojdú na rovnaké miesto



ok

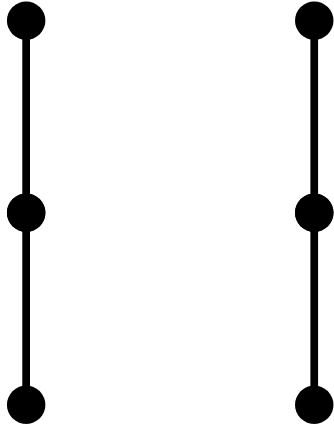


fail

Príklad

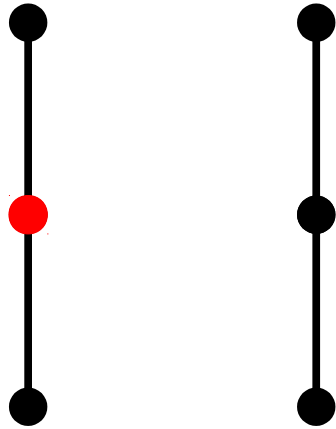


Príklad



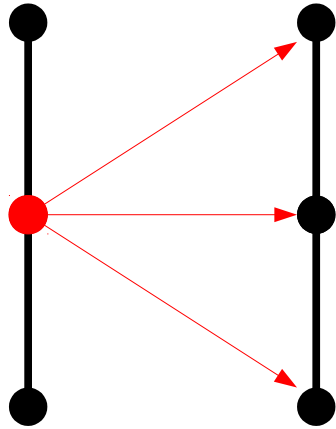
- Ďalší krok

Príklad



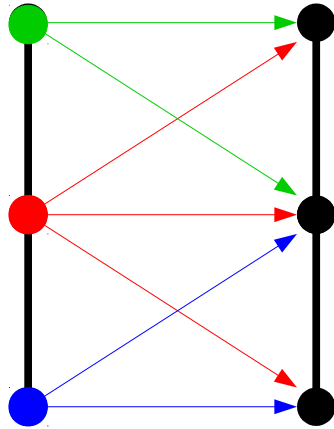
- Ďalší krok
- Kam sa môže agent premiestniť?

Príklad



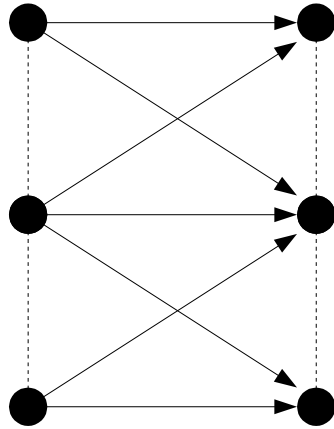
- Ďalší krok
- Kam sa môže agent premiestniť?

Príklad



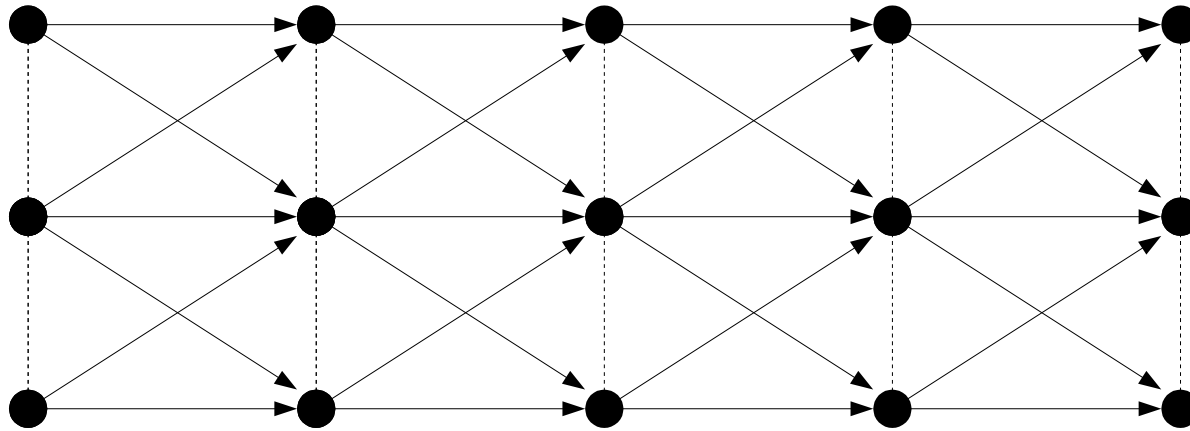
- Ďalší krok
- Kam sa môže agent premiestniť?

Príklad



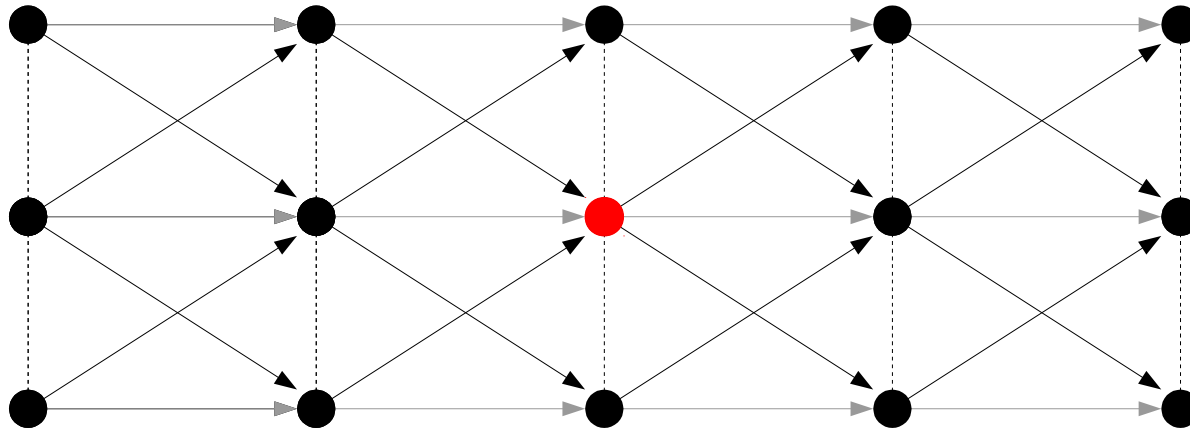
- Ďalší krok
- Kam sa môže agent premiestniť?
- Pôvodné hrany už nie sú dôležité

Príklad



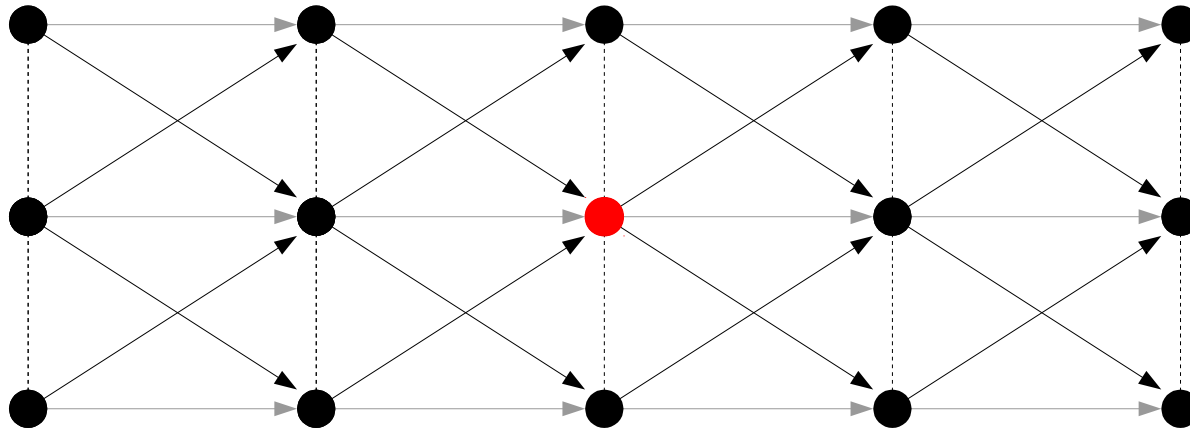
- Ďalší krok
- Kam sa môže agent premiestniť?
- Pôvodné hrany už nie sú dôležité
- Ďalšie kroky → graf krokov (časovo expandovaný pôvodný graf)

Kódovanie INVERSE



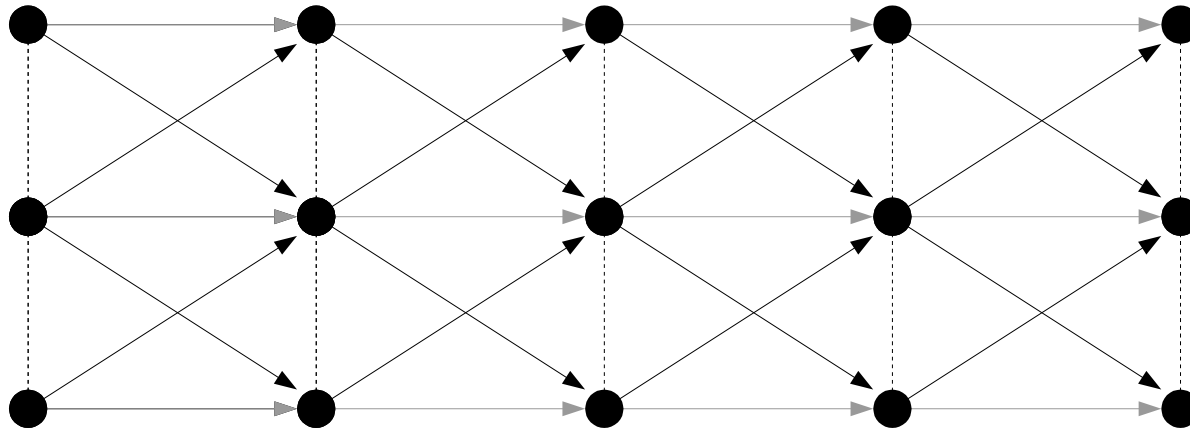
- Stavová premenná $T_{i,v}$ pre krok i a vrchol v
 - $T_{i,v} = 0 \rightarrow$ do vrcholu žiaden agent nevstúpil ani z neho nevyšiel
 - (sivé orientované hrany v obrázku)
 - $T_{i,v} = n \rightarrow$ akcia (vstup/výstup) na n -tej hrane

Kódovanie INVERSE



- Stavová premenná $T_{i,v}$ pre krok i a vrchol v
 - $T_{i,v} = 0 \rightarrow$ do vrcholu žiaden agent nevstúpil ani z neho nevyšiel
 - (sivé orientované hrany v obrázku)
 - $T_{i,v} = n \rightarrow$ akcia (vstup/výstup) na n -tej hrane
- Stavová premenná $A_{i,v}$ pre krok i a vrchol v
 - $A_{i,v} = 0 \rightarrow$ vo vrchole nie je žiaden agent
 - $A_{i,v} = m \rightarrow$ vo vrchole je m -tý agent

Kódovanie INVERSE



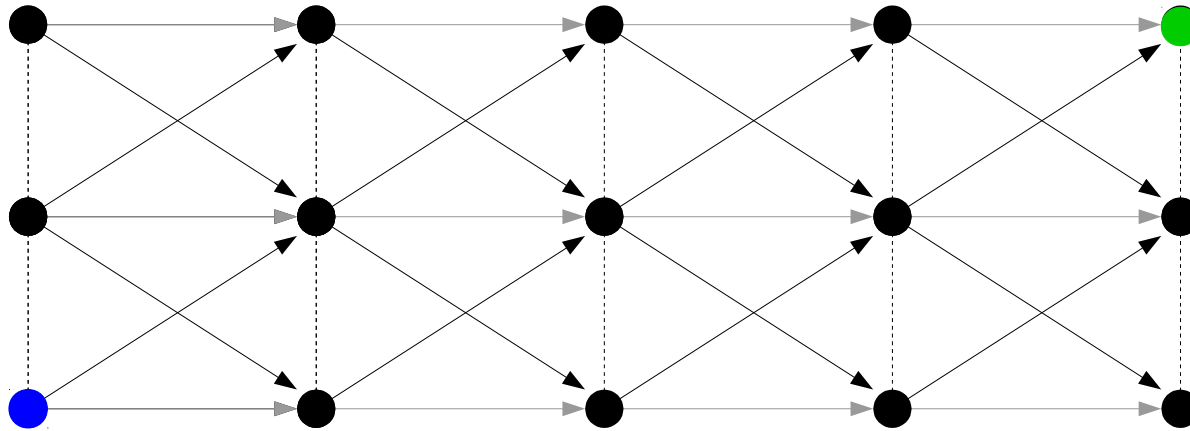
- Podmienky

- $T_{i,v} = 0 \rightarrow A_{i,v} = A_{i+1,v}$

- $T_{i,v} = n \rightarrow$ príslušná akcia na hrane n a susednom vrchole

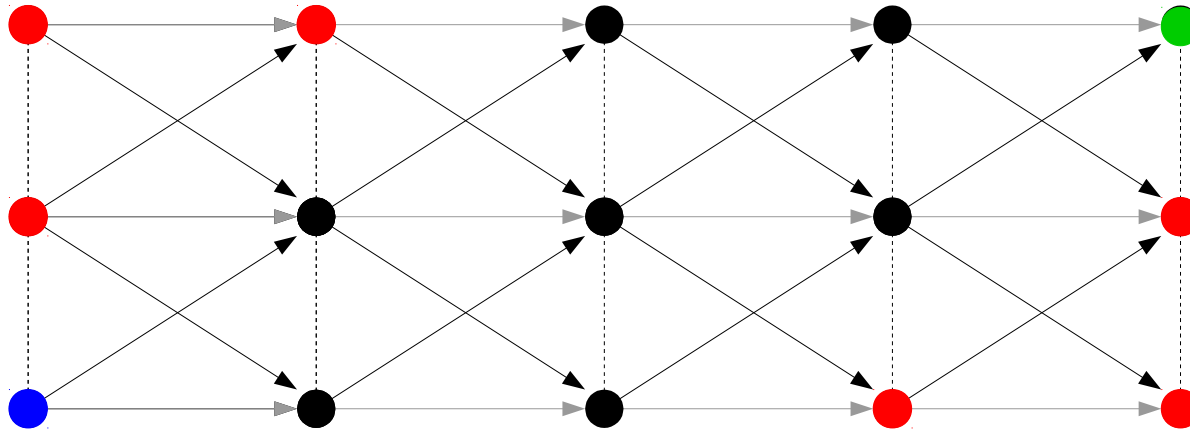
- Ak hrana n vstupuje, na vrchole u z ktorého vstupuje musí byť označené, že prichádza do vrcholu v ($T_{i,u} = m$, kde m je označenie hrany n na vrchole u)
 - Ak hrana n vystupuje, vrchol u do ktorého vstupuje musí byť prázdny ($A_{i,u} = 0$), v ďalšom kroku musí obsahovať agenta z vrcholu v ($A_{i+1,v} = A_{i+1,u}$) a musí byť označený vstup do vrcholu u ($T_{i,u} = m$, kde m je označenie hrany n na vrchole u)

Vylepšenie INVERSE



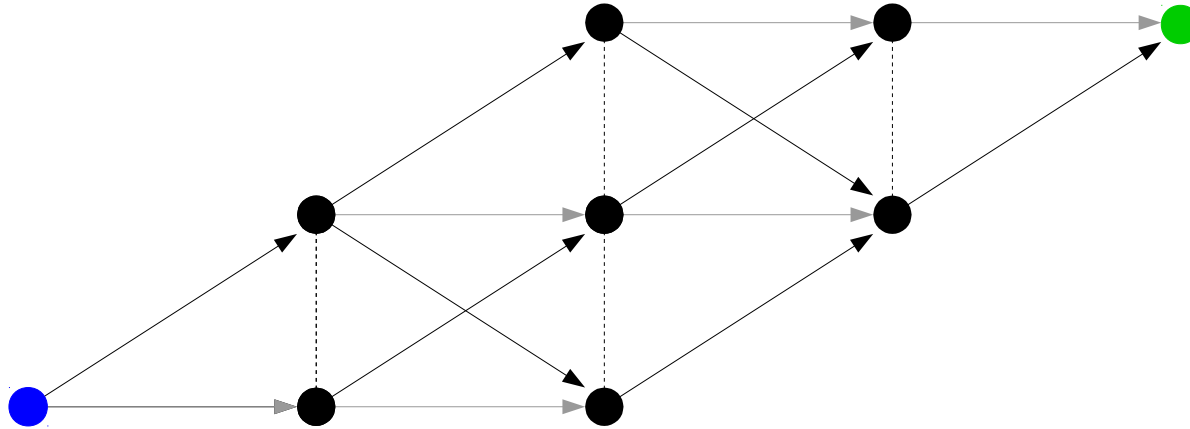
- Daná začiatočná a koncová pozícia agenta

Vylepšenie INVERSE



- Daná začiatočná a koncová pozícia agenta
- Existujú vrcholy v grafe krokov, v ktorých sa agent nikdy nemôže vyskytovať (nedostane sa do nich alebo sa z nich už nedostane do cieľa)

Vylepšenie INVERSE



- Daná začiatočná a koncová pozícia agenta
- Existujú vrcholy v grafe iterácií, v ktorých sa agent nikdy nemôže vyskytovať (nedostane sa do nich alebo sa z nich už nedostane do cieľa)
- Vrcholy, v ktorých sa nemôže nikdy nachádzať ani jeden agent, nemusíme uvažovať → zmenší sa počet podmienok

Vylepšenie(?) 2 na INVERSE

- Počty hrán môžu v reálnych situáciach byť pre niektoré vrcholy malé
- Skúsiť kódovať in/out hranu (premennú $T_{i,v}$) naivne (AtMostOne) miesto binárneho kódovania
- Počet premenných sa zväčší, ale veľkosť niektorých klauzulí sa zmenší

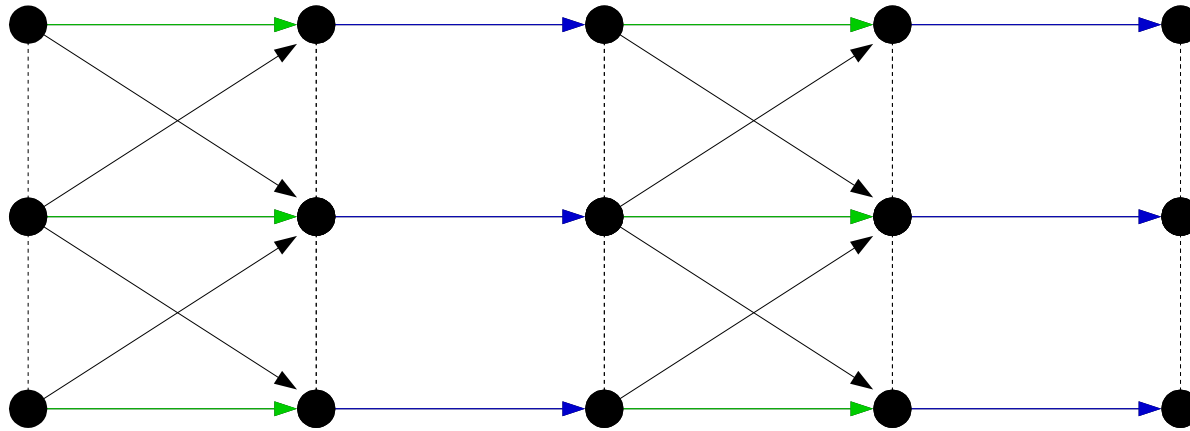
Multi-commodity network flow

- Tok v sieti (s kapacitami, a poprípade aj s cenami hrán) s viacerými druhmi komodít (tečúcich látok)
- Každá komodita má vlastný zdroj a stok (s_i a t_i), vlastný tok ($f_i: E \rightarrow \mathbb{R}^+$) a vlastný demand (d_i)
- Súčet tokov všetkých komodít na hrane nesmie prekročiť kapacitu hrany
- Výstup zo zdroja s_i a vstup do stoku t_i musia byť rovné demandu d_i

Integer maximum multi-commodity network flow problem of value n

- Všetky číselné hodnoty sú obmedzené na nezáporné celé čísla
- Existuje maximálny tok hodnoty n ?
- NP-hard
- Prevod do Integer Linear Programming
- ILP do SAT

CPF na Network Flow



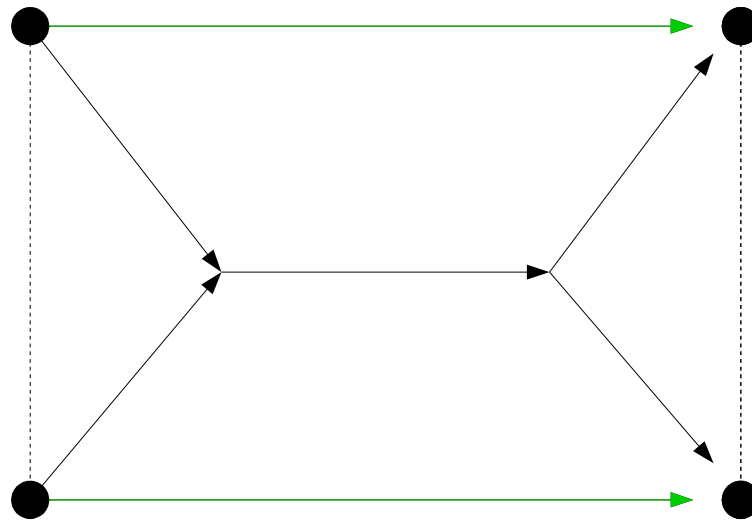
- Všetky hrany majú kapacitu 1
- Pre každý krok potrebujeme dve kópie vrcholov grafu
 - V prvej kópii sa agenti môžu presunúť na iný vrchol
 - Kapacita modrých hrán vedúcich do druhej kópie zabezpečí, že do vrcholu sa dostane iba jeden agent
- Splňuje 1. a 3. podmienku (agenti sa pohybujú po hranách a žiadne dva nevojdú na rovnaké miesto)
- Nesplňuje 2. podmienku

CPF na Network Flow

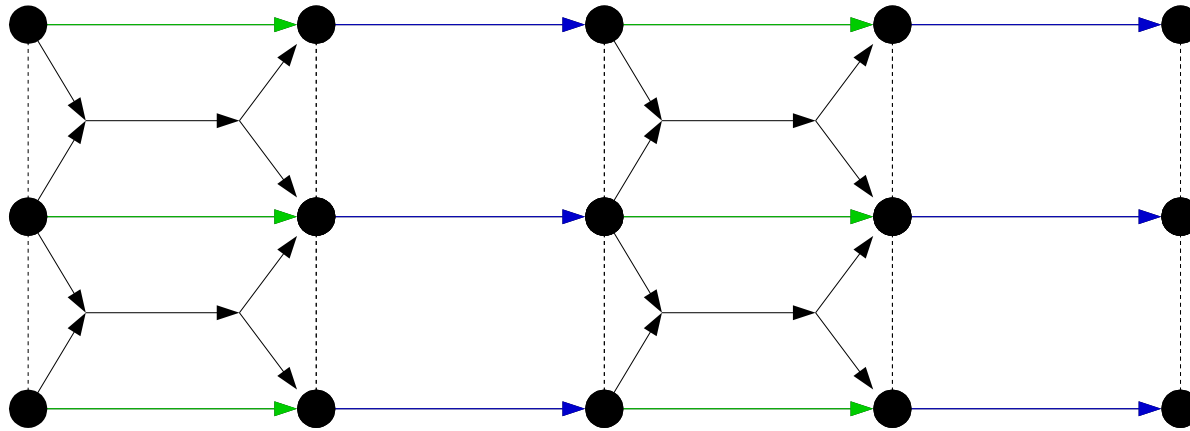
- Podmienka 2: agent vojde do voľného miesta
 - 2a) Agenti nepôjdu po hrane proti sebe
 - 2b) Agent nevojde na miesto, kde je iný agent
 - 2c) Agenti nepôjdu po hranách za sebou bez medzery

CPF na Network Flow

- Podmienka 2: agent vojde do voľného miesta
 - 2a) Agenti nepôjdu po hrane proti sebe
 - 2b) Agent nevojde na miesto, kde je iný agent
 - 2c) Agenti nepôjdu po hranách za sebou bez medzery
- Gadget pre 2a)

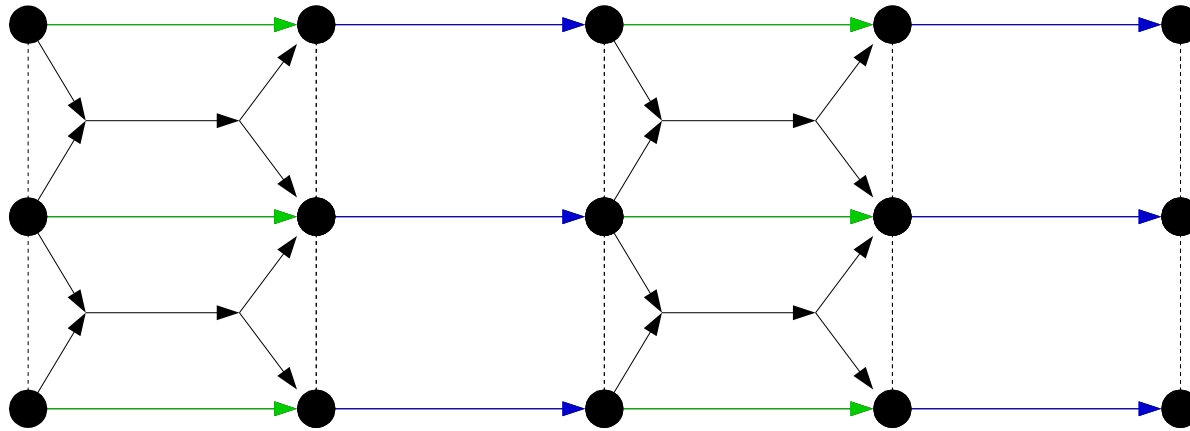


CPF na Network Flow

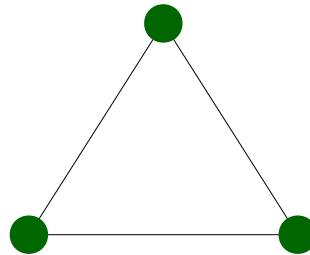


- Spíňa podmienky
 - 1) Agenti sa pohybujú po hranách
 - 2a) Agenti nepôjdu po hrane proti sebe
 - 2b) Agent nevojde na miesto, kde je iný agent
 - 3) Agenti nevojdu na rovnaké miesto

CPF na Network Flow



Otázka: Ako vynútiť podmienku 2c) ?
Je prístupné ju relaxovať?



Zdroje

- Towards Optimal Cooperative Path Planning in Hard Setups through Satisfiability Solving
Pavel Surynek. Proceedings of the 12th Pacific Rim International Conference on Artificial Intelligence (PRICAI 2012), Kuching, Malaysia, pp. 564-576, Lecture Notes in Computer Science 7458, Springer, 2012, ISBN 978-3-642-32694-3.
- Wikipedia: Multi-commodity flow problem
- Multi-agent path planning and network flow.
Yu, J., and LaValle, S. M. 2012. In The Tenth International Workshop on Algorithmic Foundations of Robotics.