Řešení písemky z Automatů a gramatik z 10:40-12:10, středy 21.5.2003:

1) "sloveso" redukovaný konečný automat přijímající jazyk slov nad abecedou $\{a, b\}$ obsahujících $aaba$ a neobsahujících $bbab$:
Viz vzorové řešení předchozí písemky s minimální modifikací.

2) Převeďte do chomskiho normální formy gramatiku $S \rightarrow 0i0|1T1|T$; $\quad T \rightarrow 00T0|01T1|10T2|11T3$; $T \rightarrow i$. $\quad$:
Viz přednáška, jediný důležitý trik je zbavit se $S \rightarrow T$ náhradou pravé strany tohoto pravidla všemi pravými stranami pravidel s T na levé straně.

3) Dokažte, že bezkontextové gramatiky generují právě jazyky přijímané nedeterministickými zásobníkovými automaty prázdným zásobníkem.
Viz přednáška.

4) Popište regulárním výrazem jazyk slov nad abecedou $\{0, 1\}$ obsahující stejný počet výskytů podslov 01 jako podslov 10.
Pokud slovo začne symbolem x, musí skončit symbolem x. Výraz se dá zkonstruovat systematicky, ale není těžké jej uhodnout: Například $\lambda + 0(1^*0)^* + 1(0^*1)^*$.

Příslušný automat:

	0	1
$\leftrightarrow \lambda$	0	1
$\leftarrow 0$	0	01
$\leftarrow 1$	10	1
01	0	01
10	10	1

Jemu odpovídající matice regulárních jazyků, potřebných k výpočtu $M^\star$ na základě vzorce $M^{k+1}_{i,j} = M^k_{i,j} + M^k_{i,v_k}\left(M^k_{v_k,v_k}\right)^\star M^k_{v_k,i}$. Řádek v_k můžeme odstranit, pokud v_k není počáteční stav. Sloupec v_k můžeme odstranit, pokud v_k není koncový stav.

$$M^0 = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 1 & & \\ & \lambda+0 & & 1 & \\ & & \lambda+1 & & 0 \\ & 0 & & \lambda+1 & \\ & & 1 & & \lambda+0 \end{pmatrix} \qquad M^1_{(10)} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 1 & \\ & \lambda+0 & & 1 \\ & & \lambda+1+0^+1 = \lambda+0^*1 & \\ & 0 & & \lambda+1 \end{pmatrix}$$

$$M^2_{(01)} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 1 \\ & \lambda+0+1^+0 = \lambda+1^*0 & \\ & & \lambda+0^*1 \end{pmatrix} \qquad M^3_{(1)} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 1+1(0^*1)^* = 1(0^*1)^* \\ & \lambda+0+1^+0 & \end{pmatrix}$$

$$M^4_{(0)} = \begin{pmatrix} \lambda & 0+0(1^*0)^* = 0(1^*0)^* & 1(0^*1)^* \end{pmatrix} \qquad M^5_{(\lambda)} = \begin{pmatrix} \lambda & 0(1^*0)^* & 1(0^*1)^* \end{pmatrix}$$

Hledaný regulární výraz odpovídá $M^\star_{\lambda,\lambda} + M^\star_{\lambda,0} + M^\star_{\lambda,1} = M^5_{(\lambda)\lambda,\lambda} + M^5_{(\lambda)\lambda,0} + M^5_{(\lambda)\lambda,1} = \lambda + 0(1^*0)^* + 1(0^*1)^*$.